

8. 혼한 자료구조 문제

시간 제한 : 1 초, 메모리 제한 : 512 MB

길이 N 인 순열 $(1, 2, \dots, N)$ 을 적절히 섞은 수열 A_1, A_2, \dots, A_N 이 주어졌을 때 아래와 같은 쿼리 Q 개를 처리하는 프로그램을 작성하여야.

쿼리 1) 정수 L, R ($1 \leq L \leq R \leq N$)이 주어지면 A_L, A_{L+1}, \dots, A_R 의 최솟값을 구한다.

입력

첫 번째 줄에는 수열의 길이 N 과 쿼리의 수 Q 가 주어진다.

두 번째 줄에는 수열 A 가 주어진다.

세 번째 줄부터 Q 개의 줄에는 각 쿼리에 해당되는 두 정수 L, R 이 주어진다.

출력

각 쿼리별로 최솟값을 한 줄에 하나씩 출력한다.

제한

- N, Q, L, R 는 정수이다.
- $1 \leq N, Q \leq 100,000$
- $1 \leq L \leq R \leq N$

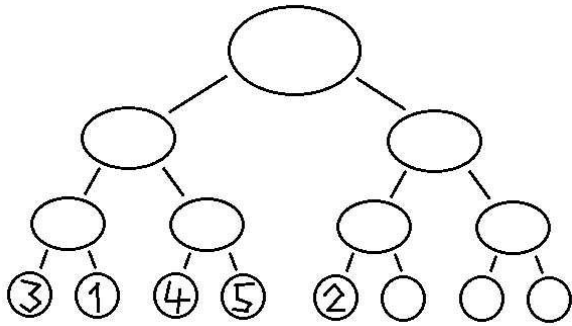
입출력 예제

입력 (stdin)	출력 (stdout)
5 2	
3 1 4 5 2	1
1 4	2
3 5	

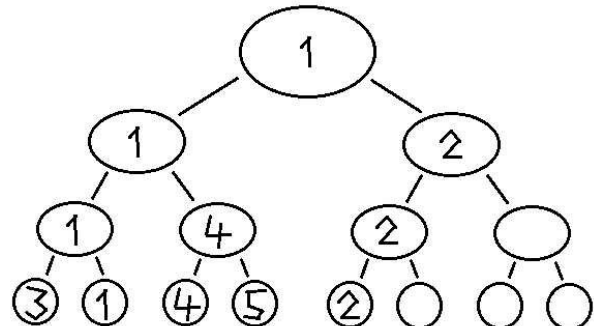
주의

다음 페이지를 보시오.

이런 흔한 자료구조 문제는 Binary Indexed Tree (Indexed Tree라고도 함)를 이용하여 쉽게 풀 수 있다. 우선 높이 $\lceil \log_2 N \rceil$ ($\log_2 N$ 에서 소수점 아래 올림)짜리 완전이진트리를 만든 다음 리프 노드의 왼쪽부터 수열의 값을 채워넣자. 그런 다음 부모 노드에 두 자식 노드 값의 최솟값을 구하여 채우는 방식으로 루트 노드까지 숫자를 채운다. 만약 두 자식 노드 중 한 쪽에 숫자가 없으면 숫자가 있는 노드의 값을 부모 노드에 그대로 가져오며, 둘 다 숫자가 없으면 부모 노드에도 숫자를 넣지 않는다. 예제 수열을 Binary Indexed Tree에 적용시키면 (1), (2)와 같다.

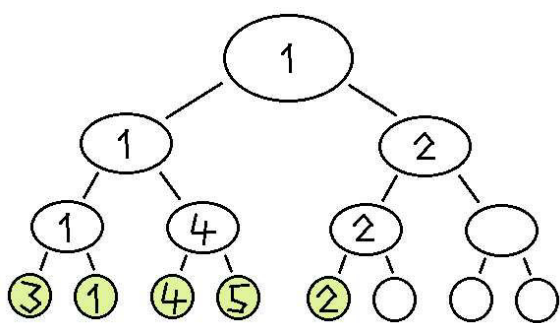


(1) Indexed Tree의 리프에 수를 넣은 모습

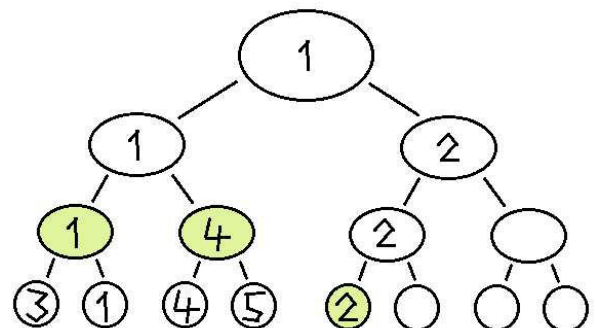


(2) Indexed Tree의 모든 칸을 채워넣은 모습

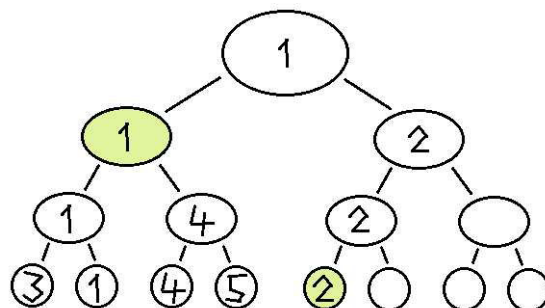
이 트리를 활용하여 구간 최솟값 쿼리를 어떻게 빠르게 계산할 수 있을까? 1번째부터 5번째 수까지의 최솟값을 구하려면 원래는 (3)과 같이 5개의 노드의 최솟값을 구해야 하지만, 두 개의 형제 노드의 최솟값은 부모 노드와 같으므로, (4)와 같이 3개의 노드만 봐도 된다. 이를 반복하여 더 이상 형제 노드가 없을 때까지 노드의 수를 줄이면 (5)와 같아진다.



(3) Indexed Tree의 처음 모습



(4) 한 단계 진행한 뒤 Indexed Tree의 모습



(5) Indexed Tree의 마지막 모습

이렇게 하면, 각 레벨에서 최대 2개의 노드가 계산에서 포함되므로 최대 $2 \times \lceil \log_2 N \rceil$ 개의 노드의 최솟값을 구하면 된다. 최솟값을 구할 최대 $2 \times \lceil \log_2 N \rceil$ 개의 노드를 선택하는데 $O(\log_2 N)$ 의 시간이 걸리고 $2 \times \lceil \log_2 N \rceil$ 개의 최솟값을 구하는데 $O(\log_2 N)$ 의 시간이 걸리므로, 하나의 쿼리를 처리하는데 $O(\log_2 N)$ 의 시간이 걸린다.

우리는 반대로, 구간 최솟값 쿼리를 수행할 때 계산에 포함되는 값들을 가지고 원래 쿼리를 구해보려고 한다. 계산에 포함되는 값들이 주어졌을 때 원래 쿼리를 구하는 프로그램을 작성하여야.

입력

첫 번째 줄에는 수열의 길이 N 과 쿼리의 수 Q 가 주어진다.

두 번째 줄에는 수열 A 가 주어진다. A 에는 1 이상 N 이하의 정수가 정확히 한 번 등장해야 한다.

세 번째 줄부터 Q 개의 줄에는 계산에서 포함되는 노드의 수 C 와 C 개 노드의 값 X_1, X_2, \dots, X_C 가 주어진다. 노드의 값들은 오름차순으로 주어진다.

출력

Q 개의 줄에 Indexed Tree에서 X_1, X_2, \dots, X_C 를 계산하는 구간 최솟값 쿼리 (L, R) 이 있다면 L 과 R 을 출력한다. 만약 답이 여러 개라면 그중 아무거나 출력한다. 만약 그런 쿼리가 없다면 -1 을 출력한다.

제한

- $N, Q, C, X_1, X_2, \dots, X_C$ 는 정수이다.
- $1 \leq Q \leq 10,000$
- $1 \leq C \leq 2 \times \lceil \log_2 N \rceil$
- $1 \leq X_1 < X_2 < \dots < X_C \leq N$

서브태스크 1 (33점)

- $2 \leq N \leq 100$

서브태스크 2 (67점)

- $2 \leq N \leq 100,000$

입출력 예제

입력 (stdin)	출력 (stdout)
5 3	
3 1 4 5 2	1 4
1 1	3 5
2 2 4	-1
3 1 2 3	